Aufgabe 1.1

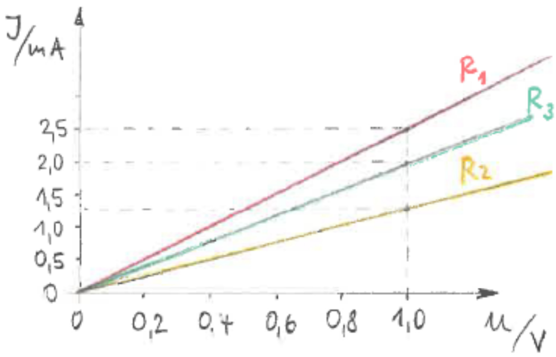
$\underline{U} = R \cdot I = 1 \cdot 10^3\ ^V/_A \cdot 40 \cdot 10^{-3}\ A = \underline{40\ V}$

Aufgabe 1.2

Geg.: $R_1 = 400\ \Omega$; $R_2 = 800\ \Omega$; $R_3 = 500\ \Omega$; $U = 0 \ldots 1V$;

Ges.: die Widerstandsgeraden

Lös.:



$J_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{1{,}0V}{400\ \frac{V}{A}} = 2{,}5\ mA$;

$J_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{1{,}0V}{800\ \frac{V}{A}} = 1{,}25\ mA$;

$J_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{1{,}0V}{500\ \frac{V}{A}} = 2{,}0\ mA$;

Aufgabe 1.3

Geg.: $n = 37$; $d = 2{,}03\ mm$; $\varrho_{Cu} = 17{,}6 \cdot 10^{-9}\ \Omega m$; $l = 1000\ m$;

Ges.: $R = ?$

Lös.: $R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$; $\underline{A} = n \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 37 \cdot \frac{(2{,}03 \cdot 10^{-3} m)^2 \cdot \pi}{4} =$

$= \underline{1{,}198 \cdot 10^{-4}\ m^2}$;

$\curvearrowright \underline{R} = \frac{17{,}6 \cdot 10^{-9}\ \Omega m \cdot 10^3\ m}{1{,}198 \cdot 10^{-4}\ m^2} = 14{,}69 \cdot 10^{-2}\ \Omega = \underline{147\ m\Omega}$.

Aufgabe 1.4

Geg.: $A_{Cu} = 10\,mm^2$; $\varrho_{Cu} = 0{,}018\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$; $\varrho_{Al} = 0{,}028\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$;

Ges.: $A_{Al} = ?$

Lös.: $R_{Cu} = R_{Al}$; allgem.: $R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$;

$$\frac{\varrho_{Cu} \cdot l}{A_{Cu}} = \frac{\varrho_{Al} \cdot l}{A_{Al}}$$

$$\curvearrowright \underline{\underline{A_{Al}}} = A_{Cu} \cdot \frac{\varrho_{Al}}{\varrho_{Cu}} = 10\,mm^2 \cdot \frac{0{,}028\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}}{0{,}018\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}} = \underline{\underline{15{,}6\,mm^2}} ;$$

Aufgabe 1.5

Geg.: $l = 400\,m$; $A = 50\,mm^2$; $\varrho_{Cu} = 0{,}018\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$; $\alpha_{Cu} = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{K}$;
$U = 2\,V$;

Ges.: $I_{20°C} = ?$ und $I_{50°C} = ?$

Lös.: allgem.: $I = \frac{U}{R}$ u. $R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$

bei $\vartheta = 20°C$: $\underline{\underline{R_{20}}} = \frac{0{,}018\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot 400\,m}{50\,mm^2} = \underline{\underline{0{,}144\,\Omega}}$;

$$\curvearrowright \underline{\underline{I_{20°C}}} = \frac{2\,V}{0{,}144\,\frac{V}{A}} = \underline{\underline{13{,}89\,A}} ;$$

bei $\vartheta = 50°C$: $\underline{\underline{R_{50}}} = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20°C)) =$
$= 0{,}144\,\Omega \cdot (1 + 4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{K} \cdot 30\,K) = \underline{\underline{0{,}161\,\Omega}}$;

$$\curvearrowright \underline{\underline{I_{50°C}}} = \frac{2\,V}{0{,}161\,\frac{V}{A}} = \underline{\underline{12{,}42\,A}} ;$$

Aufgabe 1.6

<u>Geg.:</u> $\vartheta_1 = 20\,°C$; $\vartheta_2 = 60\,°C$; $p = 0{,}62\,\%$;

<u>Ges.:</u> $\alpha_{20} = ?$

<u>Lös.:</u> $R_{60} = R_{20} \cdot (1 + \underbrace{\alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta}_{p})$ $\curvearrowright$ $p = \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta$

$$p = \alpha_{20} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

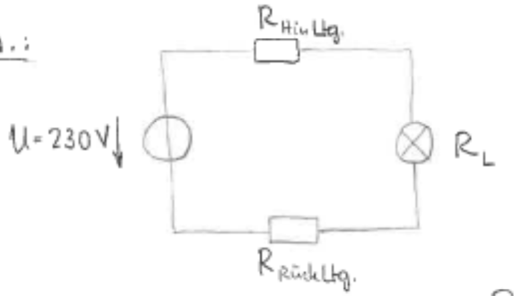
$$\underline{\underline{\alpha_{20}}} = \frac{p}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{0{,}0062}{60\,°C - 20\,°C} = \underline{\underline{1{,}55 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{K}}} ;$$

Aufgabe 1.7

<u>Geg.:</u> $U = 230\,V$; $P = 1000\,W$; $l = 50\,m$; $\varrho_{Cu} = 0{,}018\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$; $A = 1{,}5\,mm^2$;

<u>Ges.:</u> $J_L = ?$ u. $P_L = ?$

<u>Lös.:</u>



Kennwerte der Lampe:

$$P = \frac{U^2}{R_L} \curvearrowright \underline{\underline{R_L}} = \frac{U^2}{P} = \frac{(230\,V)^2}{1000\,W} = \underline{\underline{52{,}9\,\Omega}} ;$$

$$\underline{\underline{R_{Ltg}}} = 2 \cdot \frac{\varrho_{Cu} \cdot l}{A} = 2 \cdot \frac{0{,}018\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot 50\,m}{1{,}5\,mm^2} = \underline{\underline{1{,}2\,\Omega}} ;$$

$$\underline{\underline{R_{ges}}} = R_{Ltg} + R_L = 52{,}9\,\Omega + 1{,}2\,\Omega = \underline{\underline{54{,}1\,\Omega}} ;$$

$$\underline{\underline{J_L}} = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{230\,V}{54{,}1\,\frac{V}{A}} = \underline{\underline{4{,}25\,A}} ;$$

zum Vergleich ohne Verlängerungsleitung: $J_L = \frac{P}{U} = \frac{1000\,W}{230\,V} = 4{,}35\,A$;

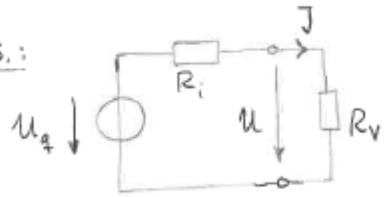
$$\underline{\underline{P_L}} = J_L^2 \cdot R_L = (4{,}25\,A)^2 \cdot 52{,}9\,\frac{V}{A} = \underline{\underline{956\,W}} ;$$

Aufgabe 1.8

Geg.: $R_V = 1{,}2\,k\Omega$; $U_0 = 21\,V$; $U_1 = 18\,V$;

Ges.: $R_i = ?$

Lös.:



$$\boxed{U = U_q - J \cdot R_i}$$

bei Leerlauf ist $J = 0$,

d.h. $U_q = U_0 = 21\,V$;

bei Belastung $U = U_1$: $J = \frac{U_1}{R_V} = \frac{18\,V}{1{,}2 \cdot 10^3 \frac{V}{A}} = 0{,}015\,A = 15\,mA$;

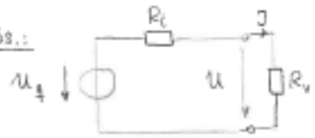
$U_1 = U_q - J \cdot R_i \quad \curvearrowright \quad \underline{R_i} = \frac{U_q - U_1}{J} = \frac{21\,V - 18\,V}{15 \cdot 10^{-3}\,A} = \underline{200\,\Omega}$;

Aufgabe 1.9

Geg.: $U_1 = 10\,V$; $J_1 = 0{,}08\,A$; $U_2 = 8\,V$; $J_2 = 0{,}24\,A$;
$U_3 = 5\,V$; $J_3 = 0{,}48\,A$;

Ges.: $R_i = ?$; $U_0 = ?$; $J_K = ?$;

Lös.:



$$\boxed{U = U_q - J \cdot R_i}$$

$U_q = U + J \cdot R_i$

$\curvearrowright \quad U_1 + J_1 \cdot R_i = U_2 + J_2 \cdot R_i$

2 Arbeitspunkte sind ausreichend für die Lösung! (mit 3 Arbeitspunkten überbestimmt!)

$J_1 \cdot R_i - J_2 \cdot R_i = U_2 - U_1$

$\underline{R_i} = \frac{U_2 - U_1}{J_1 - J_2} = \frac{8\,V - 10\,V}{0{,}08\,A - 0{,}24\,A} = \underline{12{,}5\,\Omega}$;

$\underline{U_q} = U_1 + J_1 \cdot R_i = 10\,V + 0{,}08\,A \cdot 12{,}5\,\frac{V}{A} = \underline{11\,V}$;

bei Leerlauf ist $J = 0$: $U_0 = U_q - 0\,A \cdot R_i$

$\curvearrowright \quad \underline{U_0 = 11\,V}$;

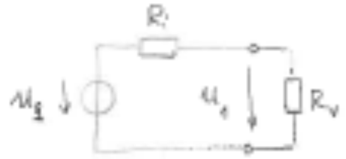
bei Kurzschluss ist $U = 0$: $0\,V = U_q - J_K \cdot R_i$

$\curvearrowright \quad \underline{J_K} = \frac{U_q}{R_i} = \frac{11\,V}{12{,}5\,\frac{V}{A}} = \underline{0{,}88\,A}$;

Hinweis: der 3. AP muss auch auf der Geraden liegen; muss überprüft werden!

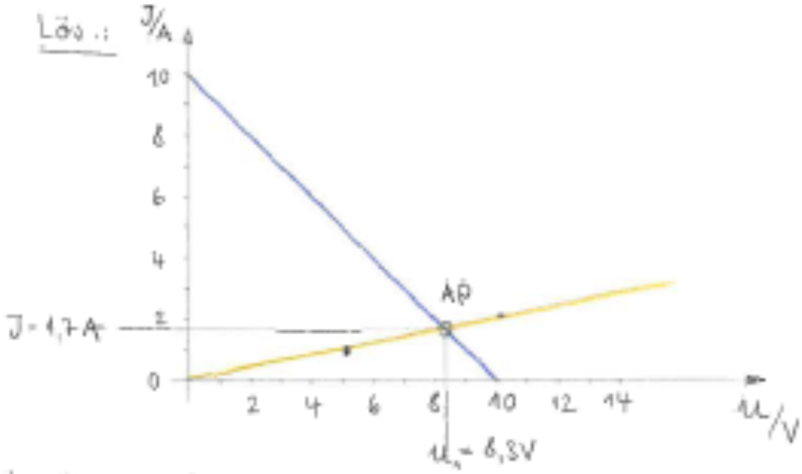
Aufgabe 1.10

Geg.: $U_0 = 10\,V$; $R_i = 1\,\Omega$; $R_V = 5\,\Omega$;



Ges.:
- Kennlinie der Spannungsquelle
- Widerstandsgerade R_V
- AP: U_1 u. J

Lös.:



Konstruktion der Kennlinie der Spannungsquelle:

Leerlauf: $J = 0$, $U_0 = U_1 = 10\,V$;

Kurzschluss: $U_1 = 0\,V$
$J_K = \frac{U_0}{R_i} = \frac{10\,V}{1\,\frac{V}{A}} = 10\,A$;

Konstruktion der Widerstandsgeraden: $R_V = 5\,\Omega$; $J = \frac{U}{R_V} = \frac{5\,V}{5\,\frac{V}{A}} = 1\,A$; $J = \frac{U}{R_V} = \frac{10\,V}{5\,\frac{V}{A}} = 2\,A$;

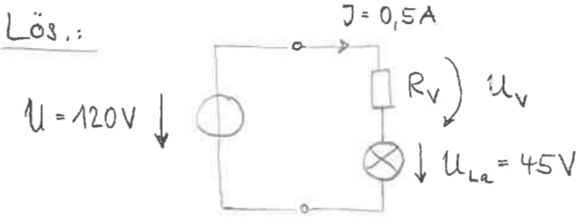
AP: $U_1 = 8{,}3\,V$ und $J = 1{,}7\,A$;

Aufgabe 2.1

<u>Geg.:</u> $U = 120\,V$; $U_{La} = 45\,V$; $J = 0{,}5\,A$;

<u>Ges.:</u> $R_V = ?$

<u>Lös.:</u>



$$U = U_V + U_{La}$$

$$\underline{U_V} = U - U_{La} = 120\,V - 45\,V = 75\,V$$

$$\underline{R_V} = \frac{U_V}{J} = \frac{75\,V}{0{,}5\,A} = \underline{\underline{150\,\Omega}} \;;$$

Aufgabe 2.2

<u>Geg.:</u> Leitungswiderstand R_L : $d = 1{,}5\,mm$; $l = 200\,m$ (bzw. $l = 400\,m$ für Hin- u. Rückleitung)

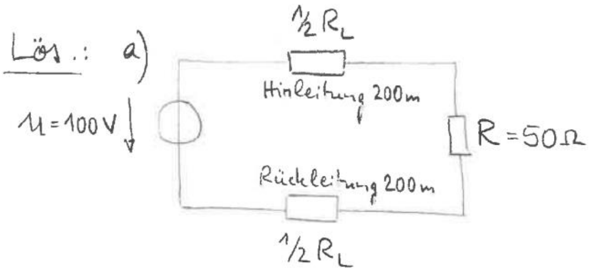
$\varrho_{Cu} = 0{,}018\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$;

Verbraucherwiderstand $R = 50\,\Omega$;

Quellenspannung $U = 100\,V$;

<u>Ges.:</u> a) Schaltung b) $R_L = ?$; $U_R = ?$; u_L in % = ? ;

<u>Lös.:</u> a)



$$\underline{A} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(1{,}5\,mm)^2 \cdot \pi}{4} = \underline{1{,}767\,mm^2} \;;$$

b) $$\underline{R_L} = \frac{\varrho_{Cu} \cdot l}{A} = \frac{0{,}018\,\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot 400\,m}{1{,}767\,mm^2} = \underline{\underline{4{,}075\,\Omega}} \;;$$

$$J = \frac{U}{R_L + R} = \frac{100\,V}{4{,}075\,\frac{V}{A} + 50\,\frac{V}{A}} = 1{,}850\,A \;;$$

$$\underline{U_R} = J \cdot R = 1{,}850\,A \cdot 50\,\frac{V}{A} = \underline{\underline{92{,}5\,V}} \;;$$

$$U_L = U - U_R = 100\,V - 92{,}5\,V = 7{,}5\,V \;;$$

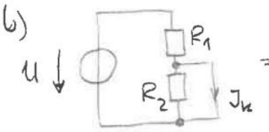
$$\underline{u_L} = \frac{U_L}{U} \cdot 100\,\% = \frac{7{,}5\,V}{100\,V} \cdot 100\,\% = \underline{\underline{7{,}5\,\%}} \;;$$

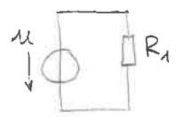
Aufgabe 2.3

Geg.: $U = 60\,V$; $U_2 = 10\,V$; $J_K = 1{,}0\,A$;

Ges.: R_1 und R_2

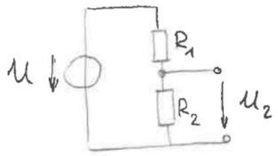
Lös.: aus Bild b)





$$R_1 = \frac{U}{J_K} = \frac{60\,V}{1{,}0\,A} = 60\,\Omega ;$$

Spannungsteiler-regel:



$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{U}{U_2} \curvearrowright$$

$$\frac{R_1}{R_2} + 1 = \frac{U}{U_2} \curvearrowright \frac{R_1}{R_2} = \frac{U}{U_2} - 1 \curvearrowright R_2 = \frac{R_1}{\frac{U}{U_2} - 1}$$

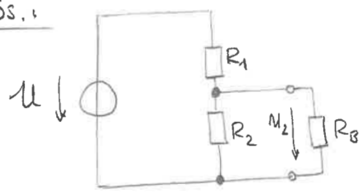
$$\curvearrowright R_2 = \frac{R_1}{\frac{U}{U_2} - 1} = \frac{60\,\Omega}{\frac{60\,V}{10\,V} - 1} = 12\,\Omega ;$$

Aufgabe 2.4

Geg.: $U = 100\,V$; $R = R_1 + R_2 = 400\,\Omega$; $R_B = 800\,\Omega$; $U_2 = 40\,V$;

Ges.: R_1 und R_2

Lös.:



$$R_{2\|B} = \frac{R_2 \cdot R_B}{R_2 + R_B}$$

Spannungsteilerregel: $\frac{U_2}{U} = \frac{R_{2\|B}}{R_1 + R_{2\|B}}$

$$\curvearrowright U_2 = \frac{\frac{R_2 \cdot R_B}{R_2 + R_B}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_B}{R_2 + R_B}} \cdot U = \frac{R_2 \cdot R_B}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_B + R_2 \cdot R_B} ;$$

mit $R_1 = R - R_2$: $U_2 = \frac{R_2 \cdot R_B}{(R-R_2) \cdot R_2 + (R-R_2) \cdot R_B + R_2 \cdot R_B} \cdot U$;

$$\frac{R \cdot R_2 - R_2^2 + R \cdot R_B - \cancel{R_2 \cdot R_B} + R_2 \cdot R_B}{R_2 \cdot R_B} = \frac{U}{U_2}$$

$$-R_2^2 + R \cdot R_2 + R \cdot R_B = \frac{U}{U_2} \cdot R_B \cdot R_2$$

$$R_2^2 + \frac{U}{U_2} \cdot R_B \cdot R_2 - R \cdot R_2 - R \cdot R_B = 0$$

$$R_2^2 + \left(\frac{U}{U_2} \cdot R_B - R\right) \cdot R_2 - R \cdot R_B = 0$$

$$R_2^2 + \left(\frac{100\,V}{40\,V} \cdot 800\,\Omega - 400\,\Omega\right) \cdot R_2 - 400\,\Omega \cdot 800\,\Omega = 0$$

$$R_2^2 + 1\,600\,\Omega \cdot R_2 - 320\,000\,\Omega^2 = 0 \qquad ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\underline{R_2} = \frac{-1600\,\Omega \pm \sqrt{(1600\,\Omega)^2 + 4 \cdot 1 \cdot 320\,000\,\Omega^2}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-1600\,\Omega \pm \sqrt{3{,}84 \cdot 10^6\,\Omega^2}}{2} = \frac{-1600\,\Omega \pm 1959{,}6\,\Omega}{2} = \underline{180\,\Omega};$$

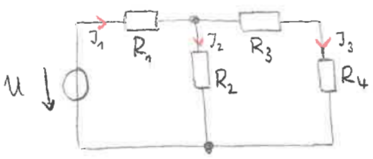
$$\underline{R_1} = R - R_2 = 400\,\Omega - 180\,\Omega = \underline{220\,\Omega};$$

Aufgabe 2.5

Geg.: $R_1 = 20\,\Omega$; $R_2 = 30\,\Omega$; $R_3 = 10\,\Omega$; $R_4 = 50\,\Omega$; $U = 12\,V$;

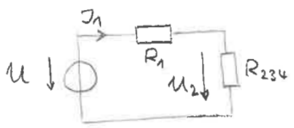
Ges.: J_1, J_2 und J_3

Lös.:



$R_2 \parallel R_3 + R_4$

$$\underline{R_{234}} = \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30\,\Omega \cdot (10\,\Omega + 50\,\Omega)}{30\,\Omega + 10\,\Omega + 50\,\Omega} = \underline{20\,\Omega};$$



$$\underline{J_1} = \frac{U}{R_1 + R_{234}} = \frac{12\,V}{20\,\Omega + 20\,\Omega} = 0{,}3\,A = \underline{300\,mA};$$

$$\underline{U_2} = J_1 \cdot R_{234} = 0{,}3\,A \cdot 20\,\frac{V}{A} = \underline{6{,}0\,V};$$

$$\underline{J_2} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6{,}0\,V}{30\,\frac{V}{A}} = 0{,}2\,A = \underline{200\,mA};$$

$$J_1 = J_2 + J_3$$

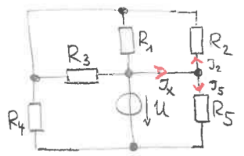
$$\curvearrowright \underline{J_3} = J_1 - J_2 = 0{,}3\,A - 0{,}2\,A = 0{,}1\,A = \underline{100\,mA};$$

Aufgabe 2.6

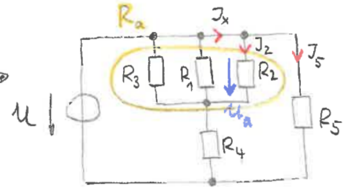
Geg.: $R_1 = 50\,\Omega$; $R_2 = 45\,\Omega$; $R_3 = 40\,\Omega$; $R_4 = 55\,\Omega$; $R_5 = 60\,\Omega$;
$U = 48\,V$;

Ges.: $I_x = ?$

Lös.:



R_1 u. R_2 u. R_3 liegen parallel! $\Rightarrow$



$$\underline{\underline{R_a}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{45} + \frac{1}{40}}\,\Omega = \underline{\underline{14{,}9\,\Omega}};$$

Spannungsteiler:

$$\frac{U_a}{U} = \frac{R_a}{R_4 + R_a} \sim \underline{U_a} = U \cdot \frac{R_a}{R_4 + R_a} =$$

$$= 48V \cdot \frac{14{,}9\,\Omega}{55\,\Omega + 14{,}9\,\Omega} = \underline{10{,}2\,V};$$

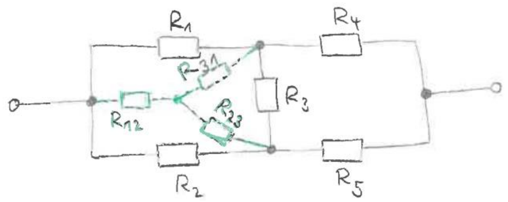
$$\underline{\underline{I_x}} = I_2 + I_5 = \frac{U_a}{R_2} + \frac{U}{R_5} = \frac{10{,}2\,V}{45\,\frac{V}{A}} + \frac{48\,V}{60\,\frac{V}{A}} = \underline{\underline{1{,}03\,A}};$$

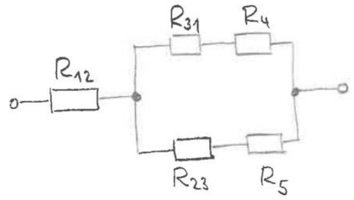
Aufgabe 2.7

Geg.: $R_1 = 55\,\Omega$; $R_2 = 40\,\Omega$; $R_3 = 45\,\Omega$; $R_4 = 40\,\Omega$; $R_5 = 60\,\Omega$;

Ges.: Ersatzwiderstand R ?

Lös.:





Stern-Dreieck-Umwandlung:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{55\,\Omega \cdot 40\,\Omega}{55\,\Omega + 40\,\Omega + 45\,\Omega} = 15{,}7\,\Omega;$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{40\,\Omega \cdot 45\,\Omega}{55\,\Omega + 40\,\Omega + 45\,\Omega} = 12{,}9\,\Omega;$$

$$R_{31} = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{45\,\Omega \cdot 55\,\Omega}{55\,\Omega + 40\,\Omega + 45\,\Omega} = 17{,}7\,\Omega;$$

$$\underline{\underline{R}} = R_{12} \cdot \frac{(R_{31} + R_4) \cdot (R_{23} + R_5)}{(R_{31} + R_4) + (R_{23} + R_5)} =$$

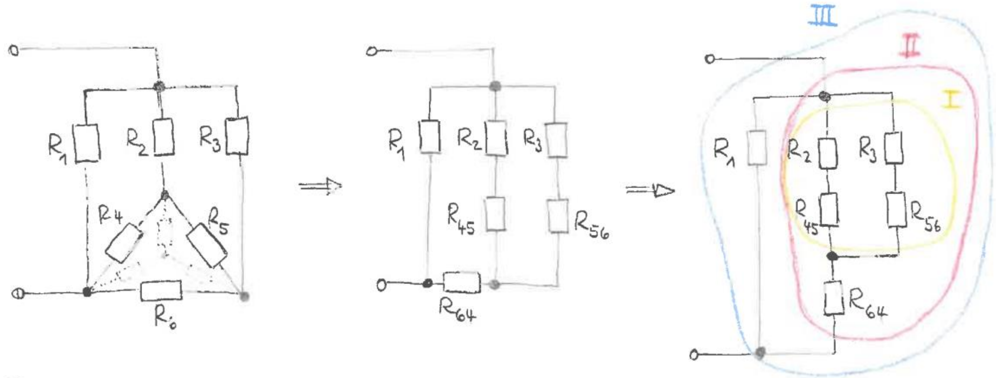
$$= 15{,}7\,\Omega \cdot \frac{(17{,}7\,\Omega + 40\,\Omega) \cdot (12{,}9\,\Omega + 60\,\Omega)}{17{,}7\,\Omega + 40\,\Omega + 12{,}9\,\Omega + 60\,\Omega} = \underline{\underline{50{,}8\,\Omega}};$$

Aufgabe 2.8

Geg.: $R_1 = 1{,}0\,k\Omega$; $R_2 = 1{,}5\,k\Omega$; $R_3 = 2{,}0\,k\Omega$;
$R_4 = 3{,}0\,k\Omega$; $R_5 = 2{,}0\,k\Omega$; $R_6 = 2{,}5\,k\Omega$;

Ges.: Ersatzwiderstand R ?

Lös.:



$$R_{45} = \frac{R_4\,R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{3{,}0\,k\Omega \cdot 2{,}0\,k\Omega}{3{,}0\,k\Omega + 2{,}0\,k\Omega + 2{,}5\,k\Omega} = 0{,}8\,k\Omega;$$

$$R_{56} = \frac{R_5\,R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{2{,}0\,k\Omega \cdot 2{,}5\,k\Omega}{3{,}0\,k\Omega + 2{,}0\,k\Omega + 2{,}5\,k\Omega} = 0{,}67\,k\Omega;$$

$$R_{64} = \frac{R_6\,R_4}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{2{,}5\,k\Omega \cdot 3{,}0\,k\Omega}{3{,}0\,k\Omega + 2{,}0\,k\Omega + 2{,}5\,k\Omega} = 1{,}0\,k\Omega;$$

I.) $$R_I = \frac{(R_2 + R_{45}) \cdot (R_3 + R_{56})}{R_2 + R_{45} + R_3 + R_{56}} = \frac{(1{,}5\,k\Omega + 0{,}8\,k\Omega) \cdot (2{,}0\,k\Omega + 0{,}67\,k\Omega)}{1{,}5\,k\Omega + 0{,}8\,k\Omega + 2{,}0\,k\Omega + 0{,}67\,k\Omega} = 1{,}235\,k\Omega;$$

II.) $$R_{II} = R_I + R_{64} = 1{,}235\,k\Omega + 1{,}0\,k\Omega = 2{,}235\,k\Omega;$$

III.) $$R_{III} = \frac{R_1 \cdot R_{II}}{R_1 + R_{II}} = \frac{1{,}0\,k\Omega \cdot 2{,}235\,k\Omega}{1{,}0\,k\Omega + 2{,}235\,k\Omega} = 0{,}691\,k\Omega = 691\,\Omega;$$

$$\Rightarrow R = R_{III} = 691\,\Omega;$$

Aufgabe 3.1

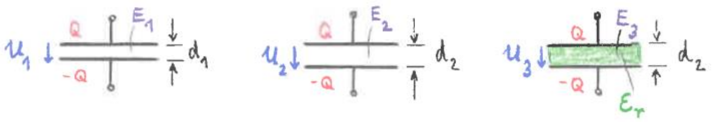
Geg.: $d_1 = 3{,}0\,mm$; $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$; $U_1 = 600\,V$;

a) Plattenabstand wird auf $d_2 = 4{,}0\,mm$ vergrößert

b) Isolierstoffplatte mit $\varepsilon_r = 5$ wird zwischen Platten geschoben

Ges.: a) $U_2 = ?$ b) $U_3 = ?$

Lös.:



a) Beim Verändern des Plattenabstandes bleibt die im Kondensator gespeicherte Ladung Q erhalten. Somit bleibt auch die zwischen den Platten herrschende elektrische Flussdichte $D = \frac{Q}{A}$ erhalten. Wegen $D = \varepsilon_0 \cdot E_1 = \varepsilon_0 \cdot E_2$ sind die im Plattenraum herrschenden elektr. Feldstärken E_1 und E_2 gleich groß.

$$E = \frac{U}{d} \quad ; \qquad E_1 = E_2$$

$$\frac{U_1}{d_1} = \frac{U_2}{d_2} \quad \curvearrowright \quad U_2 = U_1 \cdot \frac{d_2}{d_1} = 600\,V \cdot \frac{4{,}0\,mm}{3{,}0\,mm} = 800\,V \,;$$

b) Beim Einfügen der Isolierstoffplatte bleiben Q und D ebenfalls unverändert.

$$D = \varepsilon \cdot E \quad ; \qquad D_1 = D_2$$

$$\varepsilon_0 \cdot E_1 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E_2 \quad \curvearrowright \quad E_3 = \frac{E_2}{\varepsilon_r}$$

$$\text{mit } E = \frac{U}{d} : \quad \frac{U_3}{d_2} = \frac{U_2}{d_2 \cdot \varepsilon_r} \quad \curvearrowright \quad U_3 = \frac{U_2}{\varepsilon_r} = \frac{800\,V}{5} = 160\,V \,;$$

Aufgabe 3.3

Geg.: $r = 6.350\,km$; $l = 1\,m$;

Ges.: $C = ?$

Lös.: Erdoberfläche $A = 4\pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot (6.350 \cdot 10^3\,m)^2 = 5{,}067 \cdot 10^{14}\,m^2$;

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{l} = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 1 \cdot \frac{5{,}067 \cdot 10^{14}\,m^2}{1\,m} = 4.485 \frac{As}{V} =$$

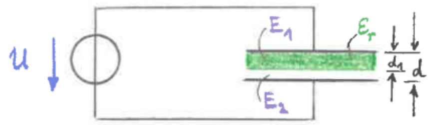
$$= 4.485\,F \,;$$

Aufgabe 3.2

Geg.: $d = 5{,}0\,mm$; $U = 500\,V$ $\varepsilon_r = 7$; $E_2 = 2{,}0 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$; $A = 50\,cm^2$;

Ges.: a) Dicke d_1 der Isolierstoffplatte , b) Kapazität C des Kondensators

Lös.:



In beiden vorhandenen Schichten (Isolierstoffplatte und Luftschicht) herrscht die gleiche elektr. Flussdichte D.

a)

$$\Rightarrow D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E_1 = \varepsilon_0 \cdot E_2 \quad \curvearrowright \quad E_1 = \frac{E_2}{\varepsilon_r}$$

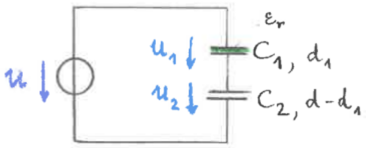
Spannung am Kondensator

Außerdem gilt : $U = E_1 \cdot d_1 + E_2 \cdot (d - d_1)$;

$$\boxed{U = E_1 \cdot d_1 + E_2 \cdot d - E_2 \cdot d_1 = d_1 \cdot (E_1 - E_2) + E_2 \cdot d} = d_1 \cdot \left(\frac{E_2}{\varepsilon_r} - E_2\right) + E_2 \cdot d$$

$$\curvearrowright \quad d_1 = \frac{U - E_2 \cdot d}{E_2 \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right)} = \frac{500\,V - 2{,}0 \cdot 10^5 \frac{V}{m} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3}\,m}{2{,}0 \cdot 10^5 \frac{V}{m} \cdot \left(\frac{1}{7} - 1\right)} = 2{,}92 \cdot 10^{-3}\,m = 2{,}92\,mm \, ;$$

b)



$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \, ;$$

$$C_1 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d_1} = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 7 \cdot \frac{50 \cdot 10^{-4}\,m^2}{2{,}92 \cdot 10^{-3}\,m} = 106 \cdot 10^{-12} \frac{As}{V} = 106\,pF \, ;$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d - d_1} = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 1 \cdot \frac{50 \cdot 10^{-4}\,m^2}{2{,}08 \cdot 10^{-3}\,m} = 21{,}3 \cdot 10^{-12} \frac{As}{V} = 21{,}3\,pF \, ;$$

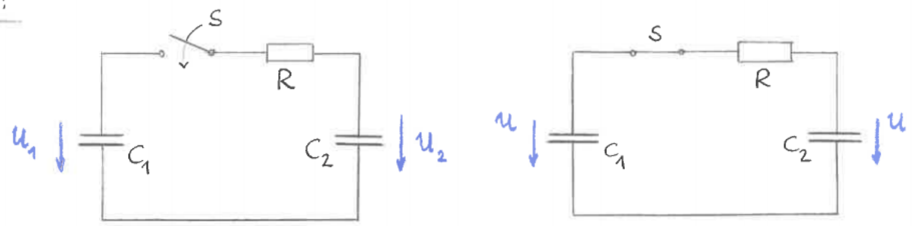
$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{106\,pF \cdot 21{,}3\,pF}{106\,pF + 21{,}3\,pF} = 17{,}7\,pF \, ;$$

Aufgabe 3.4

Geg.: $C_1 = 10\,\mu F$; $C_2 = 5\,\mu F$; $U_1 = 120\,V$; $U_2 = 60\,V$;

Ges.: a) $U = ?$ b) $W = ?$

Lös.:



a) Beim Schließen des Schalters bleibt die in den Kondensatoren insgesamt gespeicherte elektrische Ladung erhalten:

$$Q = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2 = 10 \cdot 10^{-6} \frac{As}{V} \cdot 120\,V + 5 \cdot 10^{-6} \frac{As}{V} \cdot 60\,V = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,As;$$

Lediglich die Ladungsaufteilung ändert sich. D.h. die Kondensatorspannungen nehmen den gleichen Wert an:

$$\underline{\underline{U}} = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-3}\,As}{(10+5) \cdot 10^{-6} \frac{As}{V}} = \underline{\underline{100\,V}};$$

b) Vor dem Schließen des Schalters ist in beiden Kondensatoren zusammen die gespeicherte Energie:

$$W_I = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot U_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \frac{As}{V} \cdot (120\,V)^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \frac{As}{V} \cdot (60\,V)^2 =$$
$$= 81{,}0 \cdot 10^{-3}\,VAs = 81{,}0\,mJ;$$

Nach dem Schließen des Schalters beträgt die gespeicherte Energie:

$$W_{II} = \frac{1}{2} \cdot (C_1 + C_2) \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot (10+5) \cdot 10^{-6} \frac{As}{V} \cdot (100\,V)^2 = 75{,}0 \cdot 10^{-3}\,VAs = 75\,mJ;$$

Die Differenz beider Energien wird dem Widerstand R zugeführt und in Wärme umgesetzt:

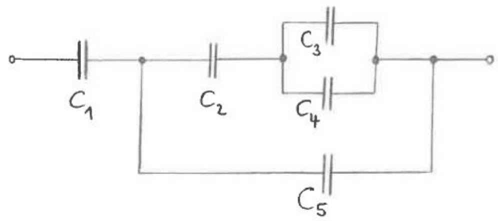
$$\underline{\underline{W}} = W_I - W_{II} = 81{,}0\,mJ - 75{,}0\,mJ = \underline{\underline{6{,}0\,mJ}};$$

Aufgabe 3.5

Geg.: $C_1 = 1\,\mu F$; $C_2 = 2\,\mu F$; $C_3 = 3\,\mu F$; $C_4 = 4\,\mu F$; $C_5 = 5\,\mu F$;

Ges.: Gesamtkapazität $C = ?$

Lös.:



① $C_{34} = C_3 + C_4 = 3\,\mu F + 4\,\mu F = 7\,\mu F$;

② $C_{234} = \frac{C_2 \cdot C_{34}}{C_2 + C_{34}} = \frac{2\,\mu F \cdot 7\,\mu F}{2\,\mu F + 7\,\mu F} = 1{,}56\,\mu F$;

③ $C_{2345} = C_{234} + C_5 = 1{,}56\,\mu F + 5\,\mu F = 6{,}56\,\mu F$;

④ $C_{12345} = \frac{C_1 \cdot C_{2345}}{C_1 + C_{2345}} = \frac{1\,\mu F \cdot 6{,}56\,\mu F}{1\,\mu F + 6{,}56\,\mu F} = 0{,}87\,\mu F$;

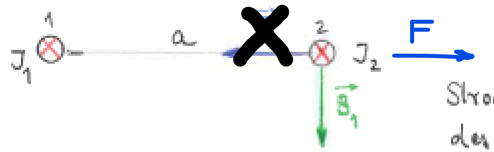
$\Rightarrow$ $C = 0{,}87\,\mu F$;

Aufgabe 4.1

<u>Geg.:</u> $\ell = 1{,}0\,m$; $a = 20\,cm$; $J_k = 30\,kA$;

<u>Ges.:</u> $F = ?$

<u>Lös.:</u>



Strom J_1 erzeugt in der Mittellinie des Leiters 2 die magn. Feldstärke

$H_1 = \frac{J_1}{2\pi \cdot a}$; $B_1 = \mu \cdot H_1$

$\rightsquigarrow B_1 = \frac{\mu \cdot J_1}{2\pi \cdot a}$ (1)

Kraft auf den Leiter 2:

$F = B_1 \cdot J_2 \cdot \ell$ (2)

(1) in (2): $F = \frac{\mu \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot \ell}{2\pi \cdot a}$ mit $J_1 = J_2 = J_k$

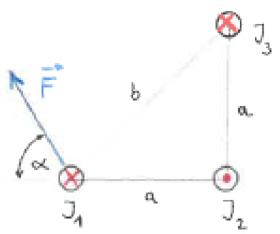
$$\Rightarrow F = \frac{\mu \cdot J_k^2 \cdot \ell}{2\pi \cdot a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Vs}{Am} \cdot (30 \cdot 10^3\,A)^2 \cdot 1\,m}{2\pi \cdot 0{,}20\,m} = 900\,N \;;$$

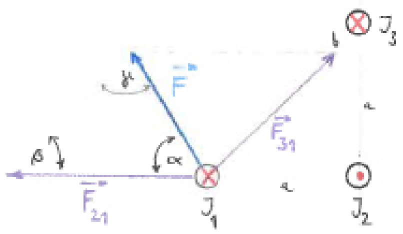
Aufgabe 4.2

<u>Geg.:</u> $a = 100\,mm$; $J_1 = 100\,A$; $F = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,N$; $\alpha = 60°$; $\mu_r = 1$;

<u>Ges.:</u> J_2 und J_3

<u>Lös.:</u>





– Leiter 1 u. Leiter 2 ziehen sich an!

– Leiter 1 u. Leiter 2 stoßen sich ab!

① Berechnung der Winkel:

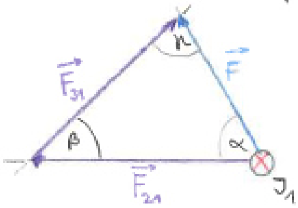
$\tan\beta = \frac{a}{a} \rightsquigarrow \beta = \arctan 1 = 45°$

$\Rightarrow \gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 60° - 45° = 75°$;

② Berechnung der Länge b (Hyp.):

$b = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \cdot a = \sqrt{2} \cdot 0{,}100\,m = 0{,}141\,m$;

③ Berechnung der Kräfte mit Sinussatz:



$$\frac{F_{21}}{F} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \quad \curvearrowright \quad \underline{F_{21}} = F \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = 0{,}01\,N \cdot \frac{\sin 75°}{\sin 45°} = \underline{0{,}0137\,N};$$

$$\frac{F_{31}}{F} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \quad \curvearrowright \quad \underline{F_{31}} = F \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 0{,}01\,N \cdot \frac{\sin 60°}{\sin 45°} = \underline{0{,}0122\,N};$$

④ Berechnung der Ströme J_2 u. J_3:

$$F_{21} = \frac{\mu_0 \cdot J_2 \cdot J_1 \cdot l}{2\pi \cdot a} \quad \text{und} \quad F_{31} = \frac{\mu_0 \cdot J_3 \cdot J_1 \cdot l}{2\pi \cdot b};$$

$$\curvearrowright \underline{J_2} = \frac{F_{21} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a}{\mu_0 \cdot J_1 \cdot l} = \qquad \curvearrowright \underline{J_3} = \frac{F_{31} \cdot 2 \cdot \pi \cdot b}{\mu_0 \cdot J_1 \cdot l} =$$

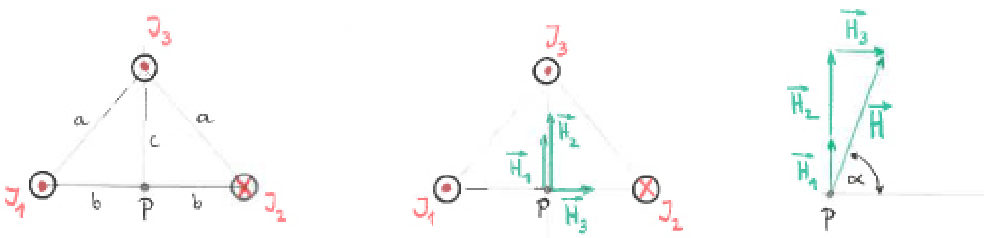
$$= \frac{0{,}0137\,N \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0{,}1\,m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am} \cdot 100\,A \cdot 1\,m} = \underline{68{,}5\,A}; \qquad = \frac{0{,}0122\,N \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0{,}141\,m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am} \cdot 100\,A \cdot 1\,m} = \underline{86{,}0\,A};$$

Aufgabe 4.3

<u>Geg.:</u> gleichschenkliges Dreieck: $a = 120\,mm$; $2b = 160\,mm$;
$J_1 = 65\,A$; $J_2 = 110\,A$; $J_3 = 45\,A$;

<u>Ges.:</u> a) H im Punkt P b) α

<u>Lös.:</u>



a)

① Berechnung der Länge c: $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(120\,mm)^2 - (80\,mm)^2} = 89{,}4\,mm;$

② Ermittlung der Feldstärken H_1, H_2 u. H_3:

$$H = \frac{J}{2\pi r}$$

Der Strom J_1 erzeugt ein Magnetfeld, dessen Feldlinien kreisförmig – entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn – um den Leiter verlaufen. Im Punkt P ist dieses Feld nach oben gerichtet u. besitzt hier eine Feldstärke mit dem Betrag:

$$\underline{\underline{H_1}} = \frac{J_1}{2\pi b} = \frac{65\,\text{A}}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2}\,\text{m}} = \underline{\underline{129\,\frac{\text{A}}{\text{m}}}};$$

Entsprechend erzeugen die Ströme J_2 u. J_3 im Punkt P die magn. Feldstärken mit dem Betrag:

$$\underline{\underline{H_2}} = \frac{J_2}{2\pi b} = \frac{110\,\text{A}}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2}\,\text{m}} = \underline{\underline{219\,\frac{\text{A}}{\text{m}}}};$$

$$\underline{\underline{H_3}} = \frac{J_3}{2\pi \cdot c} = \frac{45\,\text{A}}{2\pi \cdot 8{,}94 \cdot 10^{-2}\,\text{m}} = \underline{\underline{80\,\frac{\text{A}}{\text{m}}}};$$

③ Ermittlung der Gesamtfeldstärke H im Punkt P:

$$\underline{\underline{H}} = \sqrt{(H_1 + H_2)^2 + H_3^2} = \sqrt{(129+219)^2 + 80^2}\,\frac{\text{A}}{\text{m}} = \underline{\underline{357\,\frac{\text{A}}{\text{m}}}};$$

b) Zwischen der Gesamtfeldstärke H und der Waagrechten besteht der Winkel:

$$\tan\alpha = \frac{H_1 + H_2}{H_3}$$

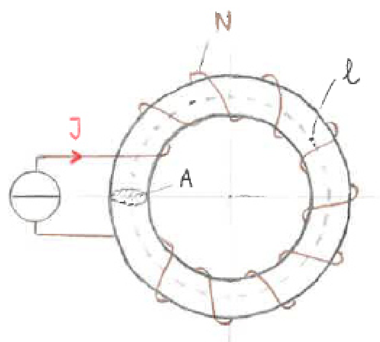
$$\leadsto \underline{\underline{\alpha}} = \arctan \frac{129\,\frac{\text{A}}{\text{m}} + 219\,\frac{\text{A}}{\text{m}}}{80\,\frac{\text{A}}{\text{m}}} = \underline{\underline{77{,}0^\circ}};$$

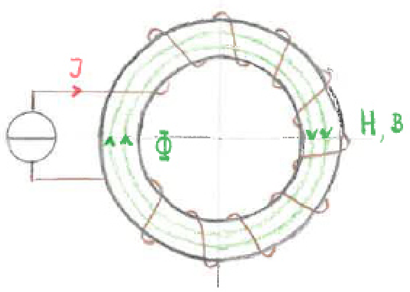
Aufgabe 4.4

Geg.: Keramikring: $\mu_r = 1$, $l = 400$ mm; $N = 600$ Wdg.; $A = 700\,\text{mm}^2$, $J = 2{,}5$ A;

Ges.: a) $H = ?$ u. $B = ?$ b) $\Phi = ?$

Lös.:





a) Eine in der Ringmitte vorhandene magn. Feldlinie hat die Länge ℓ.
Damit herrscht hier die magn. Feldstärke:

$$\underline{H} = \frac{J \cdot N}{\ell} = \frac{2{,}5\,A \cdot 600}{0{,}4\,m} = \underline{3.750\,\frac{A}{m}};$$

Sie verursacht bei $\mu_r = 1$ an der gleichen Stelle die magn. Flussdichte:

$$\underline{B} = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Vs}{Am} \cdot 1 \cdot 3{,}75 \cdot 10^3\,\frac{A}{m} = 4{,}71 \cdot 10^{-3}\,\frac{Vs}{m^2} =$$
$$= \underline{4{,}71\,mT};$$

b) Der im Ring erzeugte magn. Fluss beträgt:

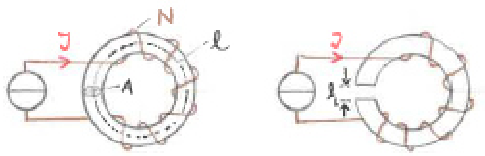
$$\underline{\Phi} = B \cdot A = 4{,}71 \cdot 10^{-3}\,\frac{Vs}{m^2} \cdot 700 \cdot 10^{-6}\,m^2 = 3{,}30 \cdot 10^{-6}\,Vs = \underline{3{,}30\,\mu Wb};$$

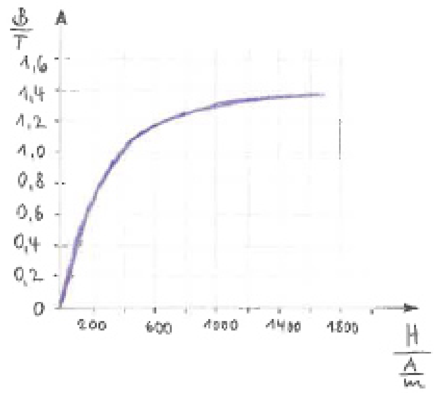
Aufgabe 4.5

Geg.: Eisenring: $A = 720\,mm^2$, $\ell = 460\,mm$; $N = 800$ Wdg.; $\Phi = 8{,}3 \cdot 10^{-4}\,Wb$;

Ges.: a) $J = ?$ b) $J' = ?$ bei Luftspalt von $\ell_L = 0{,}5\,mm$;

Lös.:





a) Der geforderte magn. Fluss bedingt eine im Ring notwendige (mittlere) Flussdichte von:

$$\underline{B} = \frac{\Phi}{A} = \frac{8{,}3 \cdot 10^{-4}\,Wb}{720 \cdot 10^{-6}\,m^2} = \underline{1{,}15\,T};$$

Für diesen Wert kann aus dem Diagramm die zugehörige Feldstärke $H = 550\,\frac{A}{m}$ entnommen werden!

$$\underline{J} = \frac{H \cdot \ell}{N} = \frac{550\,\frac{A}{m} \cdot 0{,}46\,m}{800} = \underline{0{,}32\,A};$$

b) Wird ein Luftspalt eingefügt, so besteht der magn. Kreis aus zwei Abschnitten, dem Eisenweg l_E u. dem Luftspaltweg l_L.
Die magn. Flussdichte ist in beiden Abschnitten gleich groß u. beträgt $B = 1{,}15\,T$!

$$J' \cdot N = H_E \cdot l_E + H_L \cdot l_L \quad ; \quad H_E = 550\,\frac{A}{m} \text{ (aus Diagramm)}$$

$$H_L = \frac{B_L}{\mu_0} = \frac{1{,}15\,\frac{Vs}{m^2}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Vs}{Am}} = 9{,}17 \cdot 10^5\,\frac{A}{m} \,;$$

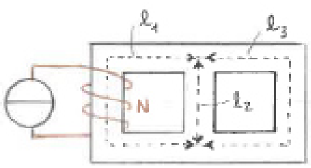
$$J' = \frac{H_E \cdot l_E + H_L \cdot l_L}{N} = \frac{550\,\frac{A}{m} \cdot 0{,}46\,m + 9{,}17 \cdot 10^5\,\frac{A}{m} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,m}{800} = 0{,}89\,A \,;$$

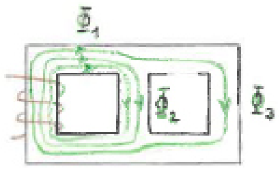
Aufgabe 4.6

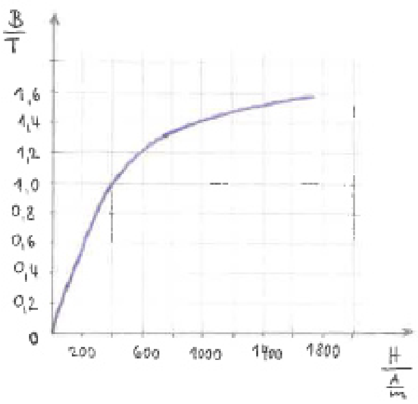
Geg.: $N = 200$ Wdg. ; $A = 700\,mm^2$; $l_1 = l_3 = 280\,mm$; $l_2 = 100\,mm$;
$\Phi_3 = 2{,}3 \cdot 10^{-4}\,Wb$;

Ges.: $J = ?$

Lös.:







Der im rechten Schenkel geforderte magn. Fluss Φ_3 bedingt dort eine magn. Flussdichte

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{A} = \frac{2{,}3 \cdot 10^{-4}\,Vs}{700 \cdot 10^{-6}\,m^2} = 0{,}33\,T \,;$$

Für diesen Wert kann aus dem Diagramm die zugehörige Feldstärke $H_3 = 100\,\frac{A}{m}$ entnommen werden !

Elektr. Durchflutung

$$\Theta = \Phi \cdot R_m$$

magn. Fluss   magn. Widerstand

mit $\Theta = J \cdot N$
$\Phi = B \cdot A = \mu \cdot H \cdot A$
$R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$
$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{J \cdot N}{l}$

$$\Theta_2 = \Theta_3$$

$$H_2 \cdot l_2 = H_3 \cdot l_3 \quad \rightsquigarrow \quad H_2 = H_3 \cdot \frac{l_3}{l_2} = 100\,\frac{A}{m} \cdot \frac{0{,}280\,m}{0{,}100\,m} = 280\,\frac{A}{m} \,;$$

⇒ aus dem Diagramm ergibt sich für $B_2 = 0{,}95\,T$;

$\curvearrowright \Phi_2 = B_2 \cdot A = 0{,}95\,\frac{Vs}{m^2} \cdot 700 \cdot 10^{-6}\,m^2 = 6{,}65 \cdot 10^{-4}\,Vs$

Der magn. Fluss im linken Schenkel beträgt: $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 6{,}65 \cdot 10^{-4}\,Vs + 2{,}3 \cdot 10^{-4}\,Vs = 8{,}95 \cdot 10^{-4}\,Vs$;

Damit ergibt sich für den linken Schenkel eine Flussdichte $\underline{\underline{B_1}} = \frac{\Phi_1}{A} = \frac{8{,}95 \cdot 10^{-4}\,Vs}{700 \cdot 10^{-6}\,m^2} = \underline{\underline{1{,}28\,T}}$;

⇒ aus dem Diagramm ergibt sich für $\underline{\underline{H_1 = 700\,\frac{A}{m}}}$;

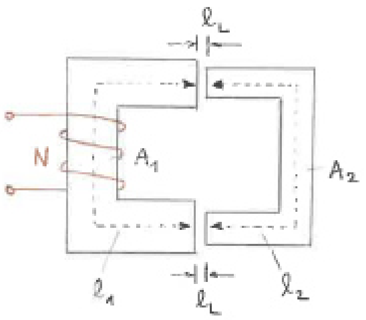
$$\Theta = I \cdot N = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 \Rightarrow \underline{\underline{I}} = \frac{H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2}{N} = \frac{700\,\frac{A}{m} \cdot 0{,}28\,m + 280\,\frac{A}{m} \cdot 0{,}10\,m}{200} = \underline{\underline{1{,}12\,A}};$$

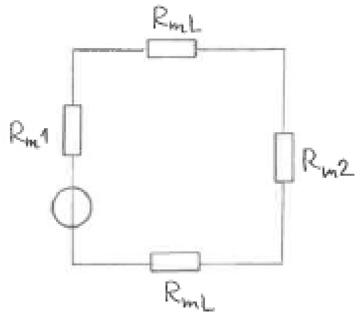
Aufgabe 4.7

Geg.: $\mu_r = 3.500$; $N = 150$ Wdg.; $A_1 = 600\,mm^2$; $A_2 = 480\,mm^2$;
$l_1 = 125\,mm$; $l_2 = 120\,mm$; $l_L = 0{,}15\,mm$;

Ges.: $L = ?$ (Für die Berechnung kann die Luftspaltfläche A_L gleich dem Eisenquerschnitt A_2 gesetzt werden.)

Lös.:





(1) Berechnung der magn. Widerstände:

$$\boxed{R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}}$$

$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_1} = \frac{0{,}125\,m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am} \cdot 3.500 \cdot 600 \cdot 10^{-6}\,m^2} = 4{,}7 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs};$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_2} = \frac{0{,}120\,m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am} \cdot 3.500 \cdot 480 \cdot 10^{-6}\,m^2} = 5{,}7 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs};$$

$$R_{mL} = \frac{l_L}{\mu_0 \cdot \underbrace{A_L}_{= A_2\,!}} = \frac{0{,}15 \cdot 10^{-3}\,m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am} \cdot 480 \cdot 10^{-6}\,m^2} = 24{,}9 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs}$$

($\hat{=}$ magn. Widerstand eines Luftspaltes!)

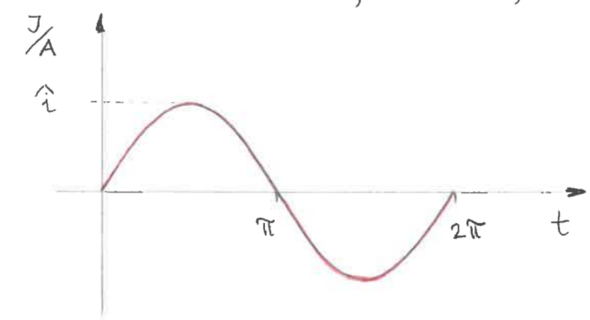
Da alle magn. Widerstände nach der im Bild angegebenen magn. Ersatzschaltung in Reihe liegen, beträgt der insgesamt vorhandene magn. Widerstand

$$\underline{\underline{R_m}} = R_{m1} + R_{m2} + 2 \cdot R_{mL} = (4{,}7 + 5{,}7 + 2 \cdot 24{,}9) \cdot 10^4 \frac{A}{Vs} = \underline{\underline{60{,}2 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs}}};$$

$$\underline{\underline{L}} = \frac{N^2}{R_m} = \frac{150^2}{60{,}2 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs}} = 37{,}4 \cdot 10^{-3}\,H = \underline{\underline{37{,}4\,mH}}.$$

Aufgabe 5.1

Geg.: $\hat{i} = 10\,A$; $R = 10\,\Omega$;



Ges.: a) Effektivwert J_{eff},
b) im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung P;

Lös.:

a) Effektivwert: $J_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt}$

mit $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$: $J_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \hat{i}^2 \cdot \sin^2 \omega t \; d\omega t}$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t \; d\omega t = \left(\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi - \frac{1}{4} \cdot \underbrace{\sin 4\pi}_{0} = \pi;$$

$$\curvearrowright \quad J_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{i}^2 \cdot \pi} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}};$$

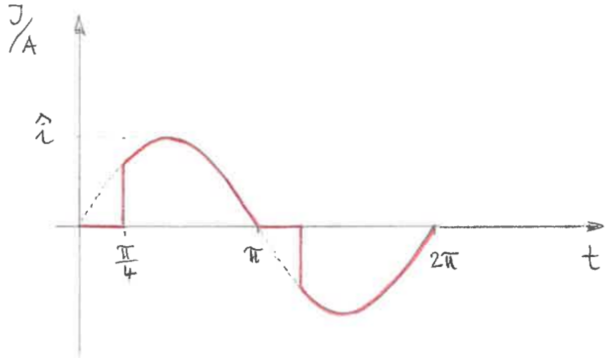
b)
im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung: $P = J^2 \cdot R$; $J = J_{eff}$

$$P = \left(\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot R = \frac{(10\,A)^2}{2} \cdot 10\,\frac{V}{A} = 500\,W;$$

Geg.: $\hat{i} = 10\,A$; $R = 10\,\Omega$;

Ges.: c) Effektivwert J_{eff},

d) im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung P;



Lös.:

c) Effektivwert: $J_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2\,dt}$

im Bereich:
$0 < \omega t < \alpha$ und
$\pi < \omega t < (\pi + \alpha)$ ist $i = 0$!
wobei: $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45°$!

mit $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$:

$$\int_0^{2\pi} i^2\,d\omega t = 2\int_0^{\pi} i^2\,d\omega t = 2\int_{\alpha}^{\pi} \hat{i}^2 \cdot \sin^2\omega t\,d\omega t =$$

$$= 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\omega t - \frac{1}{4}\sin 2\omega t\right)\Big|_{\alpha}^{\pi} = 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \frac{1}{4} \cdot \underbrace{\sin 2\pi}_{0}\right) - \left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{4} \cdot \sin 2\alpha\right)\right] =$$

$$= 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \cdot \sin 2\alpha\right] = \hat{i}^2 \left[\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha\right];$$

mit $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45°$ und $\hat{i} = 10\,A$:

$$J_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{i}^2 \cdot \left(\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha\right)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot (10\,A)^2 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\underbrace{\sin 2 \cdot \frac{\pi}{4}}_{=1}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot 100\,A^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\pi + \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{45{,}46\,A^2} = 6{,}74\,A;$$

d) im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung:

$P = J^2 \cdot R$ mit $J = J_{eff}$;

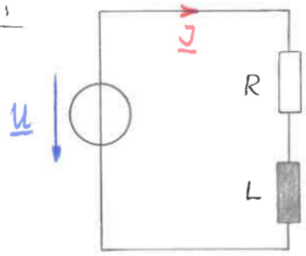
$$P = (6{,}74\,A)^2 \cdot 10\,\frac{V}{A} = 454\,6\,W;$$

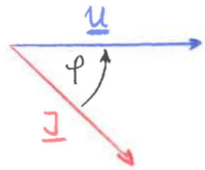
Aufgabe 6.1

Geg.: $L = 175\,mH$; $R = 40\,\Omega$; $U = 230\,V$; $f = 50\,Hz$;

Ges.: a) $I = ?$ b) φ zwischen $\underline{U}$ und $\underline{I}$?

Lös.:





① Blindwiderstand der Spule: $X_L = \underbrace{2 \cdot \pi \cdot f}_{\omega} \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50\,\frac{1}{s} \cdot 175 \cdot 10^{-3}\,\frac{Vs}{A} = 55{,}0\,\Omega$;

② Impedanz der R-L-Reihenschaltung (komplexe Darstellung): $\underline{Z} = R + j\omega L = (40 + j\,55{,}0)\,\Omega = 68{,}0\,\Omega \cdot e^{j\,54{,}0°}$;

$$\varphi = \arctan \frac{X_L}{R} = \arctan \frac{55{,}0\,\Omega}{40\,\Omega} = 54{,}0°$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(40\,\Omega)^2 + (55{,}0\,\Omega)^2} = 68{,}0\,\Omega$$

③ Durch Anwendung des ohmschen Gesetzes ergibt sich für den Strom (wenn $\underline{U}$ als reel angesetzt wird):

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{230\,V}{68{,}0\,\frac{V}{A} \cdot e^{j\,54{,}0°}} = 3{,}38\,A \cdot e^{-j\,54{,}0°};$$

a) $\Longrightarrow$ Der Strom $\underline{I}$ hat einen Betrag (Effektivwert) von $I = 3{,}38\,A$;

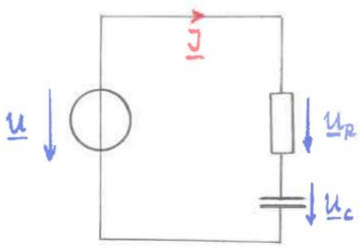
b) $\Longrightarrow$ Der Strom $\underline{I}$ eilt der Spannung $\underline{U}$ um den Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 54{,}0°$ nach;

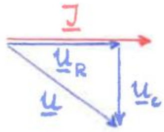
Aufgabe 6.2

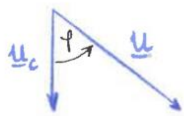
Geg.: $R = 750\,\Omega$; $C = 250\,nF$; $\underline{J} = 50\,mA$; $f = 800\,Hz$;

Ges.: a) U_R, U_c, U ? b) φ zwischen $\underline{U}_c$ u. $\underline{U}$?

Lös.:







① Blindwiderstand des Kondensators : $X_c = \frac{1}{\underbrace{2\pi \cdot f}_{\omega} \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 800\frac{1}{s} \cdot 250 \cdot 10^{-9}\frac{As}{V}} = 796\,\Omega$;

② Spannungen : (komplexe Darstellung) $\underline{U}_R = \underline{J} \cdot R = 50 \cdot 10^{-3}A \cdot 750\frac{V}{A} = 37{,}5\,V$;

$$\underline{U}_c = \underline{J} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \underline{J} \cdot \left(-j\underbrace{\frac{1}{\omega C}}_{X_c}\right) = 50 \cdot 10^{-3}A \cdot (-j\,796\,\Omega) = 39{,}8\,V \cdot e^{-j90°};$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_c = 37{,}5\,V + 39{,}8\,V \cdot e^{-j90°} = 54{,}7\,V \cdot e^{-j46{,}7°};$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_c^2} = \sqrt{(37{,}5\,V)^2 + (39{,}8\,V)^2} = 54{,}7\,V$$

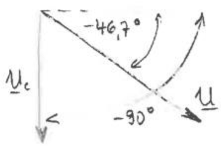
$$\varphi = \arctan\frac{U_c}{U_R} = \arctan\frac{39{,}8\,V}{37{,}5\,V} = 46{,}7°$$

a) Die Spannungen haben die Beträge : $U_R = 37{,}5\,V$; $U_c = 39{,}8\,V$; $U = 54{,}7\,V$

b) Die Spannung $\underline{U}$ eilt der Spannung $\underline{U}_c$ um den Phasenverschiebungswinkel

$\varphi = -46{,}7° - (-90°) = 43{,}3°$

Voraus ;

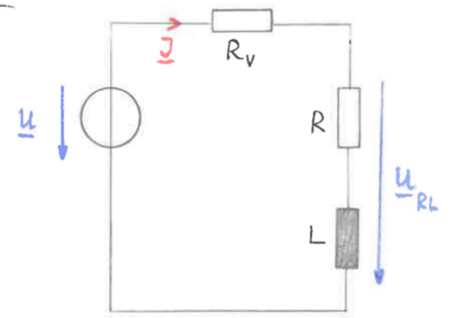


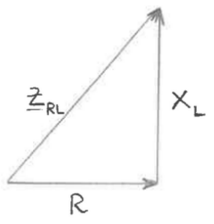
Aufgabe 6.3

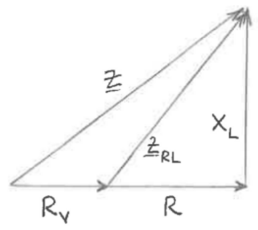
Geg.: $L = 50\,mH$; $R = 150\,\Omega$; $U = 48\,V$; $f = 800\,Hz$; $U_{RL} = 30\,V$;

Ges.: $R_V = ?$

Lös.:







① Blindwiderstand der Spule : $X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 800 \frac{1}{s} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{A} = 251\,\Omega$;

② Impedanz der R-L-Reihenschaltung (komplexe Darstellung) : $\underline{Z}_{RL} = R + j\omega L = 150\,\Omega + j\,251\,\Omega = 292\,\Omega \cdot e^{j\,59{,}1°}$;

$\varphi = \arctan \frac{X_L}{R} = \arctan \frac{251\,\Omega}{150\,\Omega} = 59{,}1°$

$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(150\,\Omega)^2 + (251\,\Omega)^2} = 292{,}4\,\Omega$

③ Strom : $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{RL}}{\underline{Z}_{RL}}$

④ Betrag der Gesamtimpedanz (Gesamt-Scheinwiderstand) : $Z = Z_{RL} \cdot \frac{U}{U_{RL}} = 292\,\Omega \cdot \frac{48\,V}{30\,V} = 467\,\Omega$;

⑤ Die Gesamtimpedanz setzt sich zusammen : $Z^2 = (R_V + R)^2 + X_L^2$

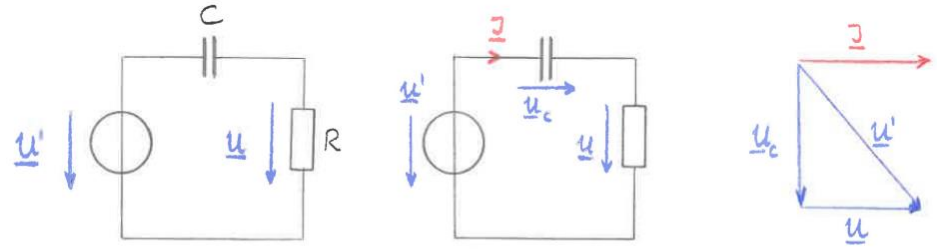
$$\Rightarrow \quad R_V = \sqrt{Z^2 - X_L^2} - R = \sqrt{(467\,\Omega)^2 - (251\,\Omega)^2} - 150\,\Omega = 244\,\Omega;$$

Aufgabe 6.4

Geg.: $U = 230\,V$; $R = 53\,\Omega$; $U' = 400\,V$; $f = 50\,Hz$; $U = 230\,V$;

Ges.: $C = ?$

Lös.:



① Strom: $J = \dfrac{U}{R} = \dfrac{230\,V}{53\,\frac{V}{A}} = 4{,}34\,A$;

② Berechnung der Spannung am Kondensator (siehe Zeigerdiagramm):

$$U_c = \sqrt{U'^2 - U^2} = \sqrt{(400\,V)^2 - (230\,V)^2} = 327\,V ;$$

③ Strom: $J = \dfrac{U_c}{X_c}$ mit $X_c = \dfrac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$ $\curvearrowright$ $C = \dfrac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_c}$

$$C = \frac{J}{2\pi \cdot f \cdot U_c} = \frac{4{,}34\,A}{2\pi \cdot 50\,\frac{1}{s} \cdot 327\,V} = 42{,}25 \cdot 10^{-6}\,\frac{As}{V} =$$

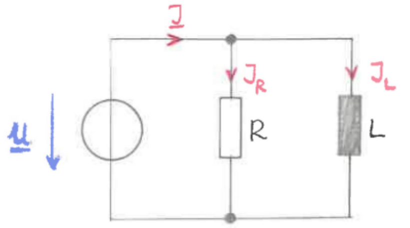
$$= 42{,}25\,\mu F ;$$

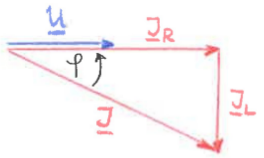
Aufgabe 6.5

Geg.: $R = 100\,\Omega$; $L = 72\,mH$; $U = 36\,V$; $f = 400\,Hz$;

Ges.: a) I_R u. I_L ? b) φ zwischen $\underline{I}$ u. $\underline{U}$?

Lös.:





① Blindwiderstand der Spule:

$$X_L = \underbrace{2\pi \cdot f}_{\omega} \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 400\,\tfrac{1}{s} \cdot 72 \cdot 10^{-3}\,\tfrac{Vs}{A} = 181\,\Omega;$$

② Ströme: (komplexe Darstellung)

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{36\,V}{100\,\frac{V}{A}} = 360\,mA;$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{j\omega L} = \frac{36\,V}{j\,181\,\Omega} = -j\,199\,mA;$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L = 360\,mA - j\,199\,mA = 411\,mA \cdot e^{-j\,28{,}9°};$$

$$\underline{I} = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{(360\,mA)^2 + (199\,mA)^2} = \underline{411\,mA};$$

$$\underline{\varphi} = \arctan\frac{I_L}{I_R} = \arctan\frac{199\,mA}{360\,mA} = \underline{28{,}9°};$$

a) Effektivwerte d. Ströme: (Beträge) $\underline{I_R = 360\,mA}$; $\underline{I_L = 199\,mA}$; $\underline{I = 411\,mA}$;

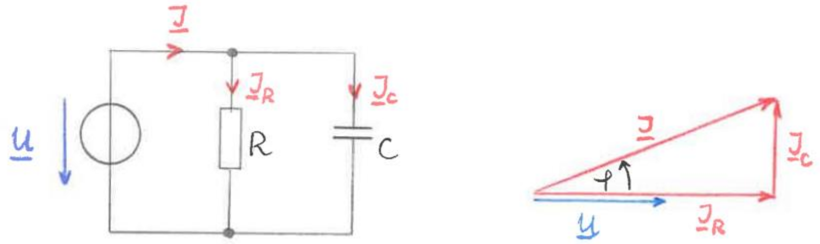
b) der Strom $\underline{I}$ eilt der Spannung $\underline{U}$ um den Phasenverschiebungswinkel $\underline{\varphi = 28{,}9°}$ nach,

Aufgabe 6.6

Geg.: $R = 100\,\Omega$; $C = 2\,\mu F$; $\underline{U} = 36\,V$; $f = 400\,Hz$;

Ges.: a) J_R u. J_L ? b) φ zwischen $\underline{J}$ u. $\underline{U}$?

Lös.:



① Blindwiderstand des Kondensators : $X_c = \frac{1}{\underbrace{2\pi \cdot f}_{\omega} \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 400\,\frac{1}{s} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\,\frac{As}{V}} =$

$= 199\,\Omega$;

② Ströme : (komplexe Darstellung)

$\underline{J}_R = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{36\,V}{100\,\frac{V}{A}} = 360\,mA$;

$\underline{J}_C = \underline{U} \cdot j\omega C = 36V \cdot j\,\frac{1}{199\,\frac{V}{A}} = j\,181\,mA$;

$\underline{J} = \underline{J}_R + \underline{J}_L = 360\,mA + j\,181\,mA = 403\,mA \cdot e^{j26{,}7°}$;

$\underline{\underline{J}} = \sqrt{J_R^2 + J_c^2} = \sqrt{(360\,mA)^2 + (181\,mA)^2} = \underline{403\,mA}$;

$\underline{\underline{\varphi}} = \arctan \frac{J_c}{J_L} = \arctan \frac{181\,mA}{360\,mA} = \underline{26{,}7°}$;

a) Effektivwerte d. Ströme : (Beträge) $\underline{J_R = 360\,mA}$; $\underline{J_c = 181\,mA}$; $\underline{J = 403\,mA}$

b) der Strom $\underline{J}$ eilt der Spannung $\underline{U}$ um den Phasenverschiebungswinkel $\underline{\varphi = 26{,}7°}$ voraus ;